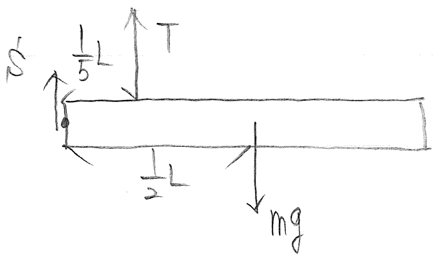
杏林2018 物理 解答、解説　　No.1

I、

(1)



左端の固定による力を上向きに S とおく。

力のつり合いより、
$$S+T=mg \cdots ①$$

また左端を支点としたモーメントより、
$$\frac{1}{5}L\times T=\frac{1}{2}L\times mg \cdots ②$$

②より、$T=\frac{5}{2}mg$ (ア)、(イ)

①より $S=mg-T=-\frac{3}{2}mg$ よって S は下向きで、$\frac{3}{2}mg$ (ウ)(エ)

(2) 断熱容器における気体の混合であるので、内部エネルギーの和が不変である。
まず A についての気体の状態方程式より、（気体混合前）

$$2.0\times10^5\times9.0\times10^{-3}=n_A\cdot R\cdot360$$ （R ($Pa\cdot m^3/mol\cdot K$) とする。また指示がないので R はそのままにして解く）

$$n_A=\frac{18\times10^2}{360R}=\frac{5}{R}\,(mol)$$

同様に混合前の B は、

$$4.0\times10^5\times3.0\times10^{-3}=n_B\cdot R\cdot300$$

$$n_B=\frac{12\times10^2}{300R}=\frac{4}{R}\,(mol)$$

内部 E の和一定より、気体混合前の A、B の内部 E を U_A, U_B として、混合後の E の合計を U とおく。

$$U_A+U_B=\frac{3}{2}n_AR\cdot T_A+\frac{3}{2}n_BR\cdot T_B$$ （単原子分子より $U=\frac{3}{2}nRT$）

$$=\frac{3}{2}\cdot\frac{18\times10^2}{360R}\times360R+\frac{3}{2}\cdot\frac{12\times10^2}{300R}\times300R$$

$$=27\times10^2+18\times10^2=45\times10^2$$

$$U=\frac{3}{2}(n_A+n_B)RT=\frac{3}{2}\left(\frac{5}{R}+\frac{4}{R}\right)RT=\frac{27}{2}T$$

(オ)(カ)(キ) $45\times10^2=\frac{27}{2}T$ より $T=\frac{1000}{3}\fallingdotseq333\,(K)$

No.2

気体の圧力は、$PV=nRT$より、

$P\times(9\times10^{-3}+3\times10^{-3})=(n_A+n_B)\cdot R\cdot T$

$\rightarrow P\times12\times10^{-3}=\frac{9}{R}\cdot R\cdot\frac{1000}{3}$　　$\therefore P=2.50\times10^{5}\,(Pa)$ (オ)(カ)(キ)

(3) 波の一般公式より $y=A\sin2\pi f(t-\frac{x}{v})$

これより $y=A\sin2\pi(ft-\frac{f}{v}x)$ と $y=1.50\sin2\pi(4.00t-0.200x)$ を比較する。

$A=1.50$ (サ)(シ)(ス)

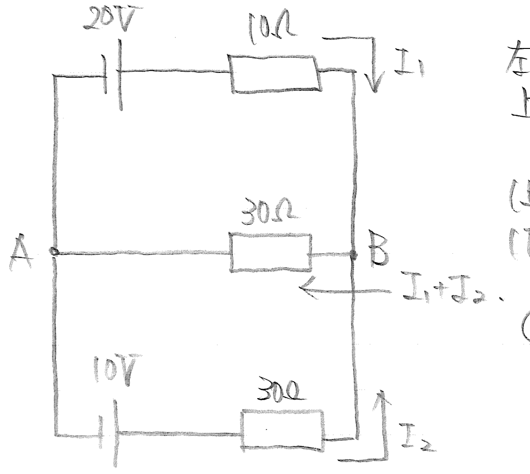
$f=4\,(Hz)$ から $T=\frac{1}{f}=0.25=2.50\times10^{-1}$ (セ)(ソ)(タ)(チ)

$\frac{f}{v}=0.2$　　$v=f\cdot\lambda$ より $\frac{f}{v}=\frac{1}{\lambda}=0.2$　　$\lambda=\frac{1}{0.2}=5.00$ (ツ)(テ)(ト)

$v=f\cdot\lambda$ より $v=4\times5=20=2.00\times10^{1}\,(m/s)$ (ナ)(ニ)(ヌ)(ネ)

No.3

II (1)



左図のように、流れる電流を設定し、上半分、下半分でキルヒホッフの法則を用いる。

(上) $20-10I_1-30(I_1+I_2)=0$ …①
(下) $10-30I_2-30(I_1+I_2)=0$ …②

①−②より、$I_1=1+3I_2$。
これを①に代入して、$I_2=-\frac{2}{15}(A)$

$I_1=\frac{3}{5}(A)$

よって $I_1=6.0\times10^{-1}$ (ア)(イ)(ウ)　$I_2=\frac{2}{15}\fallingdotseq1.3\times10^{-1}$ (エ)(オ)(カ)（I_2は逆向きであると符号からわかる）

$V_B=20-10I_1=14$ (キ)(ク)

(2) X線の発生について（連続X線）

電子のもつ$E=eV=\frac{1}{2}mv^2$　よって $v=\sqrt{\frac{2eV}{m}}=8.0\times10^7$ (m/s)
(ケ)(コ)(サ)

この電子のEが全て電磁波（X線）のEとなるときが、発生するX線の最大Eなので、

$eV=h\nu$ [J]、$eV=1.6\times10^{-19}\times18.2\times10^3$ [J]

1[eV]$=1.6\times10^{-19}$[J]より 求めるEは[J]→[eV]に変えて、

$\frac{1.6\times10^{-19}\times18.2\times10^3}{1.6\times10^{-19}}\fallingdotseq1.8\times10^4$ [eV] (シ)(ス)(セ)

(3) 質量欠損について。
原子核をバラして、陽子と中性子にしたときの質量の方が大きい事に注意して、

$1.0073\times2+1.0087-3.0149=8.4\times10^{-3}$ [u] (ソ)(タ)(チ)

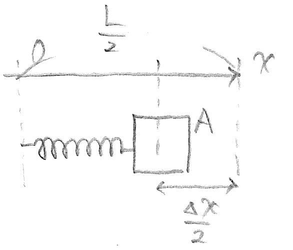
(4) 質量数の和、原子番号（陽子の数）の和は、今回は一定となるので、
原子番号：$92=42+\square\rightarrow50$ (ツ)(テ)
質量数：$236=103+\triangle+2\rightarrow131$ (ニ)(ヌ)(ネ)
中性子数は $131-50=81$
…(ト)(ナ)

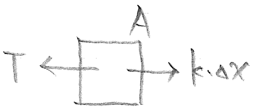
Ⅲ

No.4

(a) 各物体の力のつり合いを考える。
この問題で注意したいのは、バネがx縮んだとき A、Bは各$\frac{x}{2}$ずつ縮むという事である。

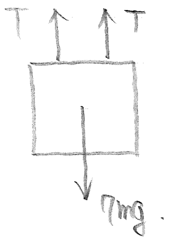
バネがΔx縮んだとすると、
Aに加わる力は以下のようになる。
（BはAと向きが逆なだけ）





$T = k \cdot \Delta x \cdots ①$

Cは以下の通りである。



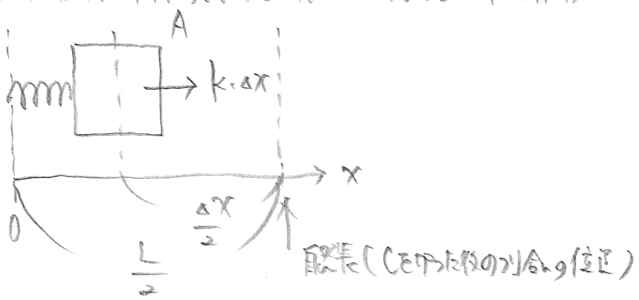
$2T = 7mg \cdots ②$　　②より $T = \frac{7}{2}mg$ (ア)(イ)

①に代入して $T = \frac{7}{2}mg = k \cdot \Delta x$

$\Delta x = \frac{7mg}{2k}$

よってOA間の距離は、$\frac{L}{2} - \frac{\Delta x}{2} = \frac{L}{2} - \frac{7mg}{4k}$ (ウ)(エ)(オ)(カ)

(b) ヒモを切った後は、バネの縮みをΔxとして、（ヒモを切った瞬間）



$F = ma = k \cdot \Delta x$
振動中心からの距離が$\frac{\Delta x}{2}$であることから、

$F = ma = k \cdot \Delta x = 2k \cdot \frac{\Delta x}{2}$とする。

（バネ定数$2k$のバネが付いていると考えるのでも良い。）
→ 0で半分に切ると考える

単振動の公式より、$2k = m\omega^2$から $\omega_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

これより $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ なので、$T_1^2 = \frac{2m\pi^2}{k} \cdots$ (キ)

No.5

単振動のつり合いを基準としたE保存より.（Aのみの式）

$$\frac{1}{2}(2k)\cdot\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2=\frac{1}{2}mV_1^2$$

(a)より, $\Delta x=\frac{7mg}{2k}$ を代入して.

$$\frac{1}{2}(2k)\cdot\left(\frac{7mg}{4k}\right)^2=\frac{1}{2}mV_1^2$$

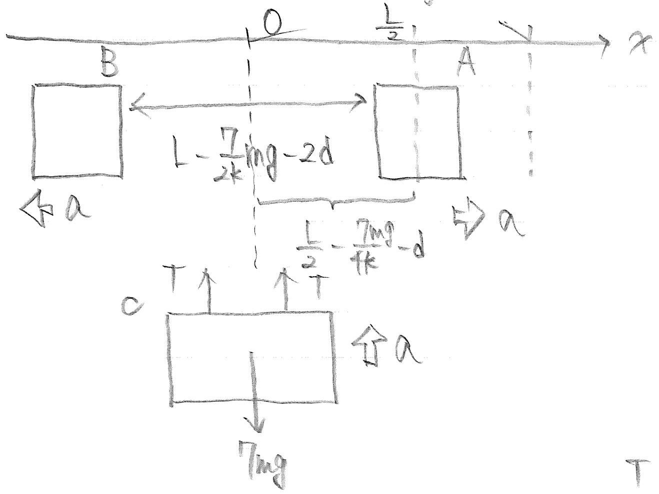
これより $V_1=\frac{7}{2}g\sqrt{\frac{m}{2k}}$

$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ より, $V_1=\frac{7gT_1}{4\pi}$ (ウ)(ケ)

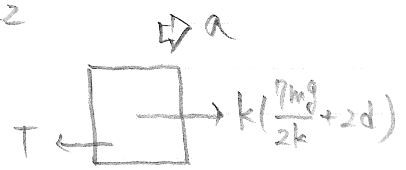
別解）A, B, バネ全体のE保存で考えても良い。

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2=\frac{1}{2}mV_1^2\times 2$$

(C) つり合いの位置から, dだけ下に下げたときの運動方程式をたてる。
このとき, バネはつり合いの位置より, 更に, 2d だけ縮んでいること, かつ, ヒモがたるまない限り,
A, B, C はともに同じ加速度で運動している事に注意する。

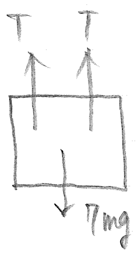


Aについて



$$F=ma=k\left(\frac{7mg}{2k}+2d\right)-T$$
$$=\frac{7}{2}mg+2kd-T\cdots③$$

Cについて



$F=7ma=2T-7mg\cdots④$

③, ④より Tを消して,
$9ma=4kd$
$\therefore a=\frac{4kd}{9m}$

No.6

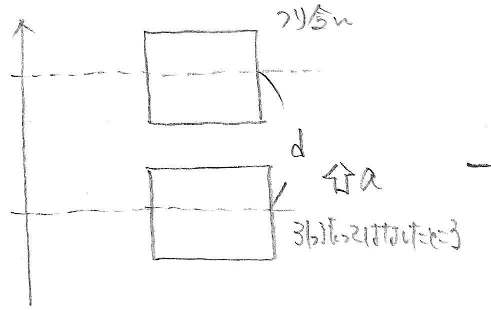
単振動の公式より、

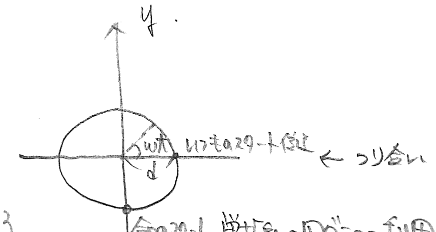
$$a=\frac{4k}{9m}d=\omega^2\cdot d$$

よって $\omega_2=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=3\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ (コ)$$

Cについて





単振動の円グラフの利用より、
いつものスタート位置では、

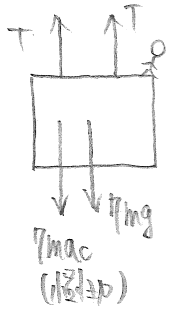
$$\begin{cases} y=d\sin\omega t \\ V_C=d\omega\cdot\cos\omega t \\ a_C=-d\omega^2\cdot\sin\omega t \end{cases}$$

今回はスタート位置が異なるので位相を変えて…

$$\begin{cases} y=-d\cos\omega t \\ V_C=d\omega\sin\omega t \\ a_C=d\omega^2\cdot\cos\omega t \end{cases}$$

よって $V_2=V_{C(Max)}=d\omega_2=\frac{2}{3}d\sqrt{\frac{k}{m}}$ (サ)(シ) $\left(\omega_2=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$

糸がたるむ、たるまないは、Cに乗っている人から分かるので、運動方程式にして。



$2T=7mg+7ma\geqq 0$ となればひもはたるまない。
（下向き正として、$7mg+7ma_C-2T=0$ から）

$g+a\geqq 0$ 符号としては、aの向きが異なるので、

$7ma_C=-7md\omega_2^2\cos\omega t$（上向き正）

下向き正とするなら、

$7ma_C=7md\omega_2^2\cos\omega t$（下向き正）

今回は$7ma_C$は下向き正とする。

$g+a\geqq 0$ より $g\geqq -a$

$g\geqq -d\omega_2^2\cos\omega t$

よって $-d\omega_2^2\cos\omega t$ の最大値が g以下であれば良いので、

$g\geqq d\omega_2^2 \Leftrightarrow d\leqq\frac{g}{\omega_2^2}=\frac{9mg}{4k}$ (ス)(セ)

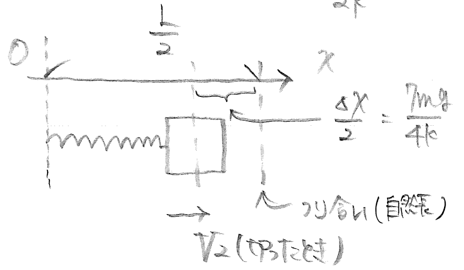
$2T = 7mg + 7ma$

$= 7m(g + d\omega_2^2 \cos\omega t)$ より　$T = \frac{7}{2}m(g + d\omega_2^2 \cos\omega t)$

よって $\cos\omega t$ 型のグラフを平行移動した形となる
（ω_2 などは定数）
これよりグラフは ⑥ (ソ)

(d)以下では、dの設定が明確でないので、(ス)、(セ)より、$d = \frac{9mg}{4k}$ とおく。

手を切った後について考えると、手を切ったのはCの速さ最大のときで、そのときの速さは V_2。
この場所は単振動から考えて、力がつり合っている場所（はじめのつり合いの位置）
よって、切ったときのバネの縮みは $\Delta x = \frac{7mg}{2k}$ である。



切った後は、A・Bのみとなるので、
新たなつり合いの位置は、バネの自然長となる。
これはA.B、バネのみとなるので(b)と同じ運動方程式となるから、$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = T_1$

更に、$T_2 = 3\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

比較して、$T_2 > T_1 = T_3$　(タ) ③

次に速さを考える。
エネルギー保存より $\frac{1}{2}(2k)\left(\frac{7mg}{4k}\right)^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 = \frac{1}{2}mV_3^2$、これより $V_3 = \frac{\sqrt{134}}{4}g\sqrt{\frac{m}{k}}$.

$V_2 = \frac{2}{3}d\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{3g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$　（$d = \frac{9mg}{4k}$ とした）

$V_1 = \frac{7g}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{7\sqrt{2}}{4}g\sqrt{\frac{m}{k}}$

まとめて、$V_3 > V_1 > V_2$　(チ) ⓪

（(別解) dをほぼ0に近い値として考えても良い（むしろ楽）
すると、$V_2 \fallingdotseq 0$
$V_3 = \frac{7\sqrt{2}}{4}g\sqrt{\frac{m}{k}} + \alpha$（$\alpha$ は $\frac{1}{2}mV_2^2$ によって＋になったわずか）
$V_1 = \frac{7\sqrt{2}}{4}g\sqrt{\frac{m}{k}}$　よって $V_3 > V_1 > V_2$ と変わらない。）

Ⅳ (1) (a) スイッチ入れたまま　　No.8

V一定 (ア) ②

$Q=C_0V$から金属板を挿入することで、$Q_a=\frac{4}{3}C_0\cdot V$となり増える (イ) ③

(はじめの電気容量 $C_0=\varepsilon_0\cdot\frac{S}{d}$ とおくと、金属板挿入時は、$C_a=\varepsilon_0\cdot\frac{S}{\frac{3}{4}d}=\frac{4}{3}\varepsilon_0\cdot\frac{S}{d}$)

$\frac{\text{電気力線の本数}}{\text{極板の面積}}=E$ (ガウスの法則) より、電気力線の本数増 (∵Qが増えるので)
から E も増える。 (ウ) ③

(b) スイッチ切った状態で金属板挿入

Q一定となり、$Q=C_0\cdot V=\frac{4}{3}C_0\cdot V_b$　$V_b=\frac{3}{4}V$となる (エ) ①

(オ) ②

ガウスの法則より、Q一定より、Eも一定となる。 (カ) ②

(c) (a)の状態で、出た答えをえにグラフを選ぶ。 (キ) Eについて ①

(ク) Vについて ⑦

(a)より容量は、$\frac{4}{3}C_0$ (ケ)(2)

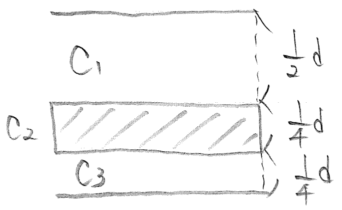
(d)

(2) 誘電体板の挿入

→ 誘電分極により、Eが弱めに働くので、(サ) Eについて ②

V−dグラフの傾きがEより、挿入した場所のV−dグラフの傾きは小さくなる (シ) ⑧

挿入された電気容量は、



$C_1=\varepsilon_0\cdot\frac{S}{\frac{1}{2}d}=2C_0$

$C_2=2\varepsilon_0\cdot\frac{S}{\frac{1}{4}d}=8C_0$

$C_3=\varepsilon_0\cdot\frac{S}{\frac{1}{4}d}=4C_0$

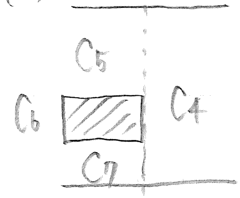
直列つなぎの為、

$\frac{1}{C_合}=\frac{1}{2C_0}+\frac{1}{8C_0}+\frac{1}{4C_0}$

$=\frac{7}{8C_0}$

$C_合=\frac{8}{7}C_0$ (ス)(セ)

(e)



合成容量を求める。 $C_4=\varepsilon_0\cdot\frac{\frac{1}{2}S}{d}=\frac{1}{2}C_0$　$C_5=\varepsilon_0\cdot\frac{\frac{1}{2}S}{\frac{1}{2}d}=C_0$

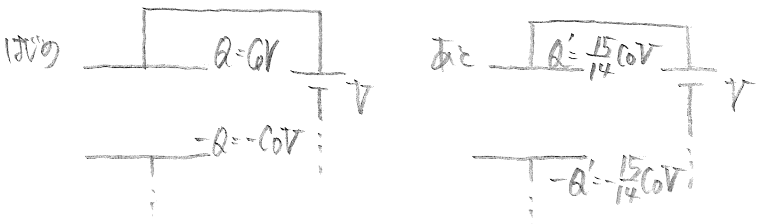
$C_6=2\varepsilon_0\cdot\frac{\frac{1}{2}S}{\frac{1}{4}d}=4C_0$　$C_7=\varepsilon_0\cdot\frac{\frac{1}{2}S}{\frac{1}{4}d}=2C_0$

No.9

C_5, C_6, C_7は直列の為、この3つの合成容量をC_{567}とする。

$$\frac{1}{C_{567}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{4C_0} + \frac{1}{2C_0} = \frac{7}{4C_0} \qquad C_{567} = \frac{4}{7}C_0$$

C_{567}とC_4は並列の為、$C'_{合} = C_4 + C_{567} = \frac{1}{2}C_0 + \frac{4}{7}C_0 = \frac{15}{14}C_0$



上図より、電池を通った電気量は $\frac{15}{14}C_0V - C_0V = \frac{1}{14}C_0V$ (ソ)(タ)(チ)

直流回路のエネルギー保存

(電池のした仕事) + (外力) = (静電Eの変化量) + (ジュール熱) より

$$\frac{1}{14}C_0V^2 + (外力) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{14}C_0V^2 - \frac{1}{2} \times C_0V^2\right) + 0$$

$$よって (外力) = \frac{1}{28}C_0V^2 \text{ (ツ)(テ)(ト)}$$

解答のみ

Ⅰ (ア)5 (イ)2 (ウ)3 (エ)2 (オ)2 (カ)5 (キ)0 (ク)3 (ケ)3 (コ)3
(サ)1 (シ)5 (ス)0 (セ)2 (ソ)5 (タ)0 (チ)1 (ツ)5 (テ)0 (ト)0
(ナ)2 (ニ)0 (ヌ)0 (ネ)1

Ⅱ (ア)6 (イ)0 (ウ)1 (エ)1 (オ)3 (カ)1 (キ)1 (ク)4 (ケ)8 (コ)0 (サ)7
(シ)1 (ス)8 (セ)4 (ソ)8 (タ)4 (チ)3 (ツ)5 (テ)0 (ト)8 (ナ)1
(ニ)1 (ヌ)3 (ネ)1

Ⅲ (ア)7 (イ)2 (ウ)1 (エ)2 (オ)7 (カ)4 (キ)2 (ク)7 (ケ)4 (コ)3
(サ)2 (シ)3 (ス)9 (セ)4 (ソ)6 (タ)3 (チ)0

Ⅳ (ア)2 (イ)3 (ウ)3 (エ)1 (オ)2 (カ)2 (キ)1 (ク)7
(ケ)4 (コ)3 (サ)2 (シ)8 (ス)8 (セ)7 (ソ)1 (タ)1 (チ)4
(ツ)1 (テ)2 (ト)8